

Maróthi György Emlékverseny, 2023. november 6. – december 8.

– Versenykiírás –

Alapvető tudnivalók

Ezúton tájékoztatjuk az érdeklődőket, hogy a Debreceni Egyetem Matematikai Intézete és a Matematikus Tudományos Diákkör versenyt hirdet azon hallgatók számára, akik a 2023/2024-es tanév őszi szemeszterében a Debreceni Egyetem első- vagy másodéves B.Sc., illetve osztatlan tanárképzésében vesznek részt. A verseny egyéni, külön nevezést nem igényel és a középiskolás anyagra támaszkodik; a feladatsor kidolgozására a fejlécben megjelölt időszak áll rendelkezésre. A feladatsort 2023. november 6-án délben tesszük hozzáférhetővé az Intézet honlapján:

<https://math.unideb.hu/>

Elérés: Hallgatóknak » Tehetséggondozás » Versenyek » Maróthi György Emlékverseny

Szervezők

<i>dr. Boros Zoltán</i>	<i>(Matematikai Intézet TDK felelőse, Analízis Tanszék)</i>
<i>dr. Bessenyei Mihály</i>	<i>(Verseny titkára, Analízis Tanszék)</i>
<i>dr. Remete László</i>	<i>(Algebra és Számelmélet Tanszék)</i>
<i>dr. Szilasi Zoltán</i>	<i>(Geometria Tanszék)</i>

A verseny támogatója

A verseny támogatója a Morgan Stanley Magyarország Kft. Fölajánlásuk alapján a verseny első három helyezettje egyszeri ösztöndíjkiegészítést kap. Támogatásukat köszönjük!

Formai elvárások

Az új feladatokat új lapra kezdje kidolgozni. Kérjük, minden lapon tüntesse föl nevét, szakját, évfolyamát, neptun kódját és az aktuális feladat sorszámát. Törekedjen az áttekinthető, jól olvasható írásra, világos fogalmazásra. A kézzel kidolgozott munkát jól olvasható pdf állomány formájában küldje el Boros Zoltán és Bessenyei Mihály drótposta címére:

`zboros@science.unideb.hu` és `besse@science.unideb.hu`.

Beadási határidő: 2023. december 8. (péntek), 12.00.

Etikai elvárások

A feladatok megoldásához bármilyen irodalom fölhasználható a forrás pontos föltüntetése mellett. A verseny egyéni munkát föltételez. Amennyiben a másokkal való együttműködés illetve közös munka ténye megállapítást nyer, az érintettet vagy érintetteket kizárjuk a versenyből.

Az eredményekről értesítést küldünk.

Maróthi György Emlékverseny, 2023. november 3. – december 8.

– Feladatsor –

1. feladat. Határozza meg az

$$M = \frac{x_1}{S - x_1} + \dots + \frac{x_n}{S - x_n}$$

kifejezés minimumát, ha $S = x_1 + \dots + x_n$ és x_1, \dots, x_n pozitív valós számok!

(Javasolta: Bessenyei Mihály)

2. feladat. Adott $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ és $H \subseteq \mathbb{R}$ esetén legyen $\alpha H + \beta := \{\alpha x + \beta \mid x \in H\}$. Határozza meg azt a legszűkebb $H \subseteq \mathbb{R}$ halmazt, amely tartalmazza a nullát és amely teljesíti az alábbi egyenletet:

$$H = \frac{1}{10}H \cup \left(\frac{1}{10}H + \frac{9}{10} \right).$$

(Javasolta: Bessenyei Mihály)

3. feladat. Mutassa meg, hogy nem létezik egész számoknak olyan végtelen nem konstans sorozata, melyben minden elem (a másodiktól kezdve) a két szomszédjának a harmonikus közepe!

(Javasolta: Remete László)

4. feladat. Keresse meg az összes olyan számhármast, melynek elemei egymást követő egész számok, és ha képezzük a hányadosaikat az összes lehetséges módon, akkor az így kapott 6 szám összege egész!

(Javasolta: Remete László)

5. feladat. Legyen egy egységoldalú kocka egyik testátlójának két végpontja A és B . Tekintsük azt a gömböt, amely érinti a kockának az A csúcsot tartalmazó mindhárom lapját és a B csúcsot tartalmazó mindhárom élét! Mekkora a gömb sugara, és milyen távol van a középpontja az A és B pontoktól?

(Javasolta: Szilasi Zoltán)

6. feladat. Bizonyítsa be, hogy ha az ABC háromszög AB oldalán van olyan D pont, amelyre CD az AD és DB szakaszok mértani közepe, akkor $\sin \alpha \sin \beta \leq \sin^2 \frac{\gamma}{2}$ (ahol α, β, γ szokásos módon rendre az A, B, C csúcsokhoz tartozó szöveget jelöli).

(Javasolta: Szilasi Zoltán)

Minden feladat 5 pontot ér; a sorrend nem feltétlenül tükrözi a feladatok nehézségét.